

آموزش فصل دوم ریاضی (۱) – فنی و حرفه‌ای و کار و دانش

پایه دهم متوسطه دوم – رشته فنی و حرفه‌ای و کار و دانش

پودمان دوم – درصد و کاربردهای آن

● محاسبه ذهنی درصد

● درصدهای بیشتر از ۱۰۰ و کمتر از ۱

● درصد تغییر

تدریس: محمد رضائی

سایت فیلم آموزشی ریاضی: riazi.blog.ir

کانال تلگرامی: [@barpafile](https://t.me/barpafile)



برای دیدن فیلم‌ها، می‌توانید به سایت فیلم آموزشی ریاضی مراجعه کنید:

hesaban.jimdo.com

همچنین می‌توانید از طریق تلگرام از کانال برجا فیلم‌ها را دانلود فرمائید:

[@barpafile](https://t.me/barpafile)

برای دیدن موثرتر فیلم‌ها آنها را به این‌گونه استفاده کنید:

- ابتدا کتاب درسی و جزوه‌ی معلم – در صورتی که جزوه‌ای دارید – را مطالعه فرمائید.
- فایل پی‌دی‌اف این فیلم را مرور کنید.
- فیلم را یک بار با دقت ببینید، طوری که روند کلی درس و شیوه‌ی حل تمرین‌ها را فرا بگیرید.
- برای بارهای بعدی در کنار دست‌تان کاغذ و مداد باشد و با دیدن صورت تمرین، فیلم را نگاه دارید و پس از حل، ادامه فیلم را ببینید – این دیدن فیلم را تا تسلط ادامه دهید.

عناوین فصل دوم:

- درصد و محاسبه ذهنی درصد
- درصدهای بیشتر از ۱۰۰ و کمتر از ۱
- درصد تغییر

درصد

درصد یک نسبت است. در فصل قبل با مفهوم نسبت و تناسب آشنا شدیم. تناسب زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100}$$

نسبت سمت راست که مخرج آن ۱۰۰ است، درصد است. آن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$$

تمرین

درصد مساوی هر یک از کسرهای زیر را بنویسید.

$$\frac{1}{4} =$$

$$\frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{10} =$$

$$\frac{1}{25} =$$

نکته

درصد، نسبتی مساوی با نسبت اولیه اما نسبت به ۱۰۰ است.



محاسبه درصد

در صورتی که عدد حسابی در مخرج نتوانستیم ضرب کنیم تا ۱۰۰ بدست آید مانند فصل قبل از تناسب نوشتن استفاده می کنیم. مثال: یک سوم معادل چند درصد است؟

$$\frac{1}{3} = ? \%$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\square}{100} \rightarrow \square$$

تمرین

درصد مساوی هر یک از کسرهای زیر را بنویسید.

$$\frac{2}{3} =$$

$$\frac{4}{4} =$$

$$\frac{5}{14} =$$

۲

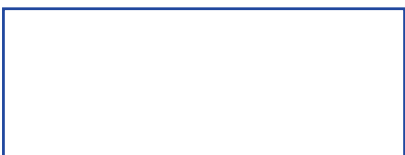
تمرین

برای نسبت‌های زیر شکلی رسم کنید که درصد مساوی با آن را نشان دهد.

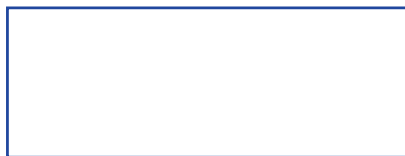
$$\frac{1}{4} =$$



$$\frac{1}{3} =$$

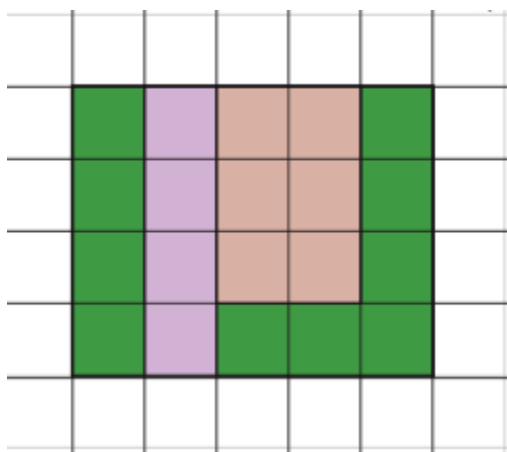


$$\frac{1}{6} =$$



تمرین

زمینی به صورت زیر زراعت شده است، درصد زیرکشت هر یک از محصول و درصدی از زمین که چیزی کاشته نشده است را بدست آورید.



رنگ سبز: چیزی کاشته نشده
رنگ بنفش: چغندر قند
رنگ قهوه‌ای: سیب زمینی

تمرین

علی، حسین و محسن آورده‌هایشان به صورت زیر است. درصد سهم آنها از سود شرکت را براساس سهم آورده‌شان بدست آورید.

نام سرمایه گذار	مقدار سرمایه
علی	۲۱۰
حسین	۱۲۰
محسن	۱۰۰

تمرین

به فروشگاه‌ای مراجعه کرده‌ایم که لبنیات را با تخفیف ۳۵٪ عرضه کرده است. اگر خرید لبنیات ما مطابق جدول زیر باشد، چقدر باید پرداخت کنیم؟

نام ماده لبنی	تعداد	قیمت درج شده
ماست	۱	۸۵۰۰
شیر	۳	۱۲۵۰
خامه	۲	۳۲۰۰

نکته

در مسائلی که درصدهای متفاوتی داریم باید برای هر قسمت جداگانه حساب کنیم. به تمرین بعدی دقت کنید.

تمرین

به فروشگاه‌های مراجعه کرده‌ایم و اقلام زیر را خرید کرده‌ایم و درصد تخفیف هر کدام مقابل آن نوشته شده است. همچنین یک کارت تخفیف کارمندی برای خرید داریم که برای هر ۵۰ هزار تومان، ۱۰ هزار تومان کسر می‌کند، در مجموع چقدر باید پرداخت کنیم؟

قیمت درج شده	تخفیف	قلم جنس
۳۵۰۰۰	۲۰٪	یک بسته گوشت
۱۵۵۰۰	۳۰٪	مایع لباسشویی
۴۵۰۰	۱۰٪	دو بسته نان
۴۵۰۰	۱۰٪	سه بسته صابون

تمرین

یک مایع لباسشویی ۱۷۰۰۰ تومانی (قیمت درج شده) در دو فروشگاه ارائه شده است.

فروشگاه رفاه این مایع لباسشویی را با تخفیف ۳۵٪ عرضه کرده است. فروشگاه شهروند این مایع لباسشویی را با ۲۵٪ تخفیف عرضه کرده است و ما چون کارت عضویت در باشگاه مشتریان آن را داریم از تخفیف ویژه ۱۰٪ برخوردار می‌شویم. خرید از کدام به صرفه‌تر است؟

$$۲۵\% + ۱۰\%$$

فروشگاه شهروند

$$۳۵\%$$

فروشگاه رفاه

تمرین

در جای خالی عدد مناسب، درصد مناسب و یا کسر درست را بنویسید.

یک سوم تقریباً معادل درصد است.

۳۰ درصد ۲۱۰۰۰ برابر است با

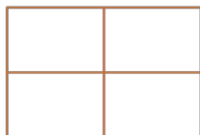
۴۵ درصد ۲۰۰۰، از ۵۰ درصد ۱۰۰۰ بیشتر است.

۲۵ درصد ۱۰۰ برابر ۵۰٪ است.

۲۰ درصد ۲۰۰۰، برابر ۴۰ درصد

نکته

وقتی بخواهیم یک سوم مقداری را حساب کنیم، آن را در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم. (اصطلاحاً یک سوم را ثلث



می‌گویند). مثلاً یک سوم ۴۸ برابر است با: $\frac{1}{3} \times 48$

یک چهارم را رُبع و یک پنجم خُمس می‌گویند.

ربعِ خُمسِ یک مقدار مانند a به معنی اینست:

$$\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{5} \times a \right)$$

تمرین

الف) ثلث ۳۳ برابر است با

ب) رُبع ۱۴۴ برابر است با

ج) مقایسه کنید: رُبع خُمس ۲۲۵ ثلث ربع ۱۲۴

تمرین

هنرجویانی از یک هنرستان در یک برنامه فوق برنامه شرکت کرده‌اند. ۱۰ درصد از کلاس اول، ۲۰ درصد از کلاس دوم و ۳۰ درصد از هنرجویان کلاس سوم در این فوق برنامه شرکت کرده‌اند. اگر کلاس اول ۳۰ نفر، کلاس دوم ۲۵ نفر و کلاس سوم ۴۰ نفر باشند.

الف) از هر کلاس چند نفر شرکت کرده‌اند؟

ب) چند درصد از هنرجویان این هنرستان در این فوق برنامه شرکت کرده‌اند؟

ج) یکی از هنرجویان برای پیدا کردن درصد هنرجویان شرکت کننده در این فوق برنامه، از رابطه‌ی زیر استفاده کرده است:

درصد شرکت کننده کلاس سوم + درصد شرکت کننده کلاس دوم + درصد شرکت کننده کلاس اول

آیا روش محاسباتی او درست است؟

د) یکی دیگر از هنرجویان مجموع درصدها را بر ۳ تقسیم کرد، آیا میانگین درصد بدست آمده، پاسخی نزدیک به قسمت (ب) است؟

نکته

چرا میانگین درصد نمی تواند نشان دهنده درصد کل باشد؟

فرض کنید در فروشگاه برای کالاها، تخفیف های مختلفی قرار داده شده. خریدهایی انجام داده ایم که در جدول زیر آمده است.

درصد	نام کالا
۵۰	خرمای مضافتی
۴۰	ماست پاک
۲۰	مایع لباسشویی
۳۰	دستمال کاغذی

او با نوشتن رابطه ی زیر، میانگین درصد تخفیف را بدست آورد و با خود گفت که ۲۵٪ تخفیف گرفته است.

$$\frac{۵۰ + ۴۰ + ۲۰ + ۳۰}{۴} = \frac{۱۴۰}{۴} = ۳۵$$

قیمت	نام کالا
۷۰۰۰	خرمای مضافتی
۸۵۰۰	ماست پاک
۱۶۵۰۰	مایع لباسشویی
۳۲۰۰	دستمال کاغذی

بعد از مراجعه به خانه قیمت های روی خریدهای خود را که در جدول زیر آمده است جمع کرد و درصد تخفیف (۲۵٪) را از آن کم کرد، متعجب شد و به فروشگاه برگشت تا اعتراض کند، چون فکر کرد که فروشگاه از او بیشتر از آنچه باید پول گرفته است؟

به نظر شما او در کجا اشتباه انجام داده است؟ در مجموع چند درصد خرید را تخفیف گرفته است؟

سه نوع سوال درصد

۱۲٪ چه عددی ۲۴۰ است؟

۲۴۰ چند درصد ۲۰۰۰ است؟

۱۲٪ دو هزار تومان چقدر است؟

تمرین

بقالی از یک کشاورز برنج را هر کیلو ۵۵۰۰ تومان خریداری کرده است، اگر او با قیمت ۸۵۰۰ تومان بفروش برساند چند درصد سود کرده است؟ او به دوستان خود ۷۲۰۰ تومان می‌دهد، به آنها چقدر تخفیف می‌دهد؟

درصد و کسر معادل آن

با توجه به اینکه می‌دانیم ۱۰ درصد ۱۲۰ می‌شود ۱۲ می‌خواهیم جدول زیر را حساب کنیم:

نسبت	درصد
	۵٪
	۲٪
	۲۰٪
	۳۰٪

از آنجا که ۱۰٪ همان کسر $\frac{1}{10}$ بنابراین می‌توانیم کسرهای معادل هر درصد و یا بالعکس درصدهای معادل هر کسر را بنویسیم.

همچنین هر کسر متناظر با یک عدد اعشاری است، پس داریم:

عدد	درصد	کسر	عدد اعشاری	مقدار
۱۲۰	۵٪	$\frac{1}{20}$	۰/۰۵	۶

محاسبه ذهنی درصد

با توجه به ۱۰٪ عدد ۱۲۰ که عددی حسابی است، می‌توانیم به صورت تقریبی ۱۳٪ عدد ۱۲۰ را معادل ۱۰٪ در نظر بگیریم یا اگر در مساله‌ای مثلا ۱۱٪ عدد ۲۴۰۰ را خواستیم، می‌توانیم آن را تقریباً همان ۱۰٪ در نظر بگیریم که می‌شود ۲۴۰. برخی مواقع هم راحت‌تر است که درصد را به کسر معادل آن تبدیل کنیم. مثلا ۳۳٪ تقریباً همان یک‌سوم است، پس ساده‌تر است برای محاسبه ۳۳٪ عدد ۶۰۱، همان یک‌سوم ۶۰۰ را حساب کنیم؛ یعنی می‌شود ۲۰۰.

تمرین

با توجه به اینکه ۳۵٪ عدد ۲۲۰۰ برابر ۷۰۰ است، محاسبات زیر را به صورت ذهنی انجام دهید.

الف) ۷ درصد ۲۲۰۰

ب) ۷۰ درصد ۲۲۰۰

پ) ۵ درصد ۲۲۰۰

الف) ۱۴ درصد ۲۲۰۰

ب) ۳/۵ درصد ۲۲۰۰

پ) ۲۱ درصد ۲۲۰۰

تمرین

محصول	مقدار	هزینه
گندم	۲	۵۰۰
جو	۴	۳۰۰
سیب	۱	۱۰۰۰

کشاورزی می‌خواهد محصولات خود را با ۳۰٪ سود بفروش برساند. مقدار محصولات بر حسب تن و هزینه تولید هر کیلو بر حسب تومان، به شرح زیر است:

الف) او محصولات خود را با چه قیمتی به فروش برساند؟

ب) اگر او گندم را با قیمت هر کیلو ۶۰۰ تومان به فروش برساند، جو و سیب را با چند درصد سود بفروش برساند تا در مجموع همان مقدار (۳۰٪) را سود کرده باشد؟

تمرین

توصیف ستون وسط را به درصد متناظر در ستون سمت راست نظیر کنید. مثالی برای هر توصیف بنویسید.

مثال	توصیف	درصد
	من نصفِ نصف هستم.	۲۵٪
	من با یک برابرم.	۵۰٪
	من از یک چهارم کمتر، ولی از یک صدم بیشتر هستم.	۳۰٪
شانس رو یا پشت آمدن در پرتاب یک سکه	من با $\frac{1}{4}$ برابرم.	۱٪
	من از نصف کمتر و از یک چهارم بیشترم.	۱۰٪
	من از $\frac{1}{100}$ کمترم.	۱۰۰٪
	من یک دهم یک دهم هستم.	۳۰۰٪
	من از یک بیشترم.	$\frac{1}{4}$ ٪

تمرین

الف) اگر ۱۵ درصد عدد ۱۲۰۰ را به آن اضافه کنیم به چه عددی می‌رسیم؟

ب) اگر ۱۵ درصد از عدد بدست آمده در قسمت اول کم کنیم به ۱۲۰۰ می‌رسیم؟

پ) چند درصد از عدد قسمت (الف) کم کنیم تا به ۱۲۰۰ برسیم؟

تمرین

جدول زیر را با اعداد مناسب پر کنید.

مقدار	عدد اعشاری	کسر	درصد	عدد
۱۵	۰/۰۵	$\frac{۱}{۲۰}$	۵٪	۳۰۰
۴۵			۵٪	
			۲/۵٪	۳۰۰
		$\frac{۱}{۳۰}$		۹۰۴

درصدهای بیشتر از ۱۰۰ و درصدهای کمتر از ۱

دیدیم که ۱۰٪ عدد ۱۲۰ برابر ۱۲ می‌شود. حالا درصدهای دیگری از ۱۲۰ را در جدول زیر آورده‌ایم، در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

مقدار	عدد اعشاری	کسر	درصد	عدد
۱۲	۰/۱۰	$\frac{۱}{۱۰}$	۱۰٪	۱۲۰
			۵۰٪	۱۲۰
			۱۰۰٪	۱۲۰
			۱۵۰٪	۱۲۰
			۱٪	۱۲۰
			۰/۵٪	۱۲۰

تمرین

در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

الف) 15% عدد 3000 برابر است با:

ب) 20% عدد 4300 برابر است با:

پ) 2 درصد 4200 برابر است با

ت) 1% عدد برابر 32 است.

ث) $5\%+$ عدد 900 برابر است با

تمرین

جدول زیر را کامل کنید.

مقدار	عدد اعشاری	کسر	درصد	عدد
۴۲	$1/100$	$\frac{100}{100}$	100%	۴۲
			200%	۵۲۰
		$\frac{1}{200}$	$0/5\%$	۱۲۰
			$0/25\%$	۲۰۰
		$\frac{300}{100}$		۲۲۰
			$1/25\%$	۵۲۰

تمرین

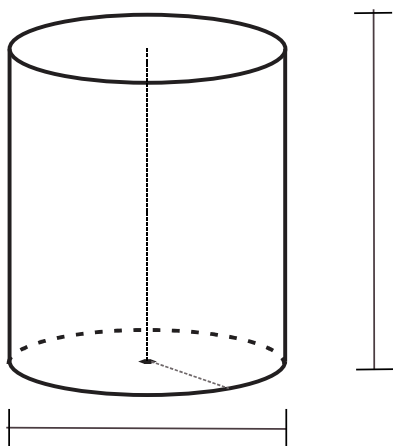
تعداد اعضای یک گروه فعال در زمینه‌ی محیط زیست، ۳۴ نفر بوده است، آنها توانستند با تبلیغات در فضای مجازی تعداد اعضا را به ۶۶ نفر برسانند. تعداد اعضا چند برابر شده است؟ این نسبت را با درصد نشان دهید.

تمرین

محیط مربعی به ضلع ۳ متر وقتی به ضلع آن دو برابر می‌شود، چند برابر می‌شود؟ مساحت آن چند برابر می‌شود؟

تمرین

حجم استوانه‌ای به شعاع a و ارتفاع h وقتی که شعاع قاعده دو برابر می‌شود چند برابر می‌شود؟ اگر به جای شعاع، ارتفاع دو برابر شود، حجم چند برابر می‌شود؟ (حجم استوانه: مساحت قاعده ضرب در ارتفاع)



درصد تغییر

دیدیم که ۱۰٪ عدد ۱۲۰ برابر ۱۲ می‌شود. حال اگر در مساله‌ای داشته باشیم:

الف) قیمت اولیه کالائی ۱۲۰ تومان است، اگر سال بعد ۱۰٪ به قیمت آن اضافه شود، قیمت آن چقدر می‌شود؟

ب) اگر سال قبل ۱۰٪ کمتر بوده باشد، قیمت آن در سال قبل چقدر بوده است؟

بنابراین برای تعیین عدد نهائی کالا داریم:

$$Y = X + aX = X(1 + a\%)$$

که در این فرمول X عدد اولیه و a نسبت (یا درصد) افزایش و Y عدد کنونی است. (برای حالتی که درصد کاهش داشته باشیم:

$$Y = X - aX = X(1 - a)$$

برای قسمت الف):

$$132 = 120 + 10\% \times 120 = 120(1 + 10\%) = 132$$

$$Y = 120 + \frac{10}{100} \times 120 = 120 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 132$$

و برای قسمت ب)

$$Y = 120 - \left(\frac{10}{100} \times 120\right) = 120 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 120 \times \frac{90}{100} = 108$$

فرمول بالا را می‌توان به صورت عبارت فارسی به صورت زیر نوشت:

مقدار اولیه \times نسبت تغییر + مقدار اولیه = مقدار نهائی

که تساوی بالا می‌تواند برای بدست آوردن هر یک از متغیرهای Y یا X یا a بکار رود:

$$Y = X + aX \rightarrow a = \frac{Y - X}{X} = \frac{\text{مقدار اولیه} - \text{مقدار نهائی}}{\text{مقدار اولیه}}$$

که با ضرب کردن نسبت تغییر در ۱۰۰، درصد تغییر بدست می‌آید. (چرا؟)

نکته بسیار مهم

فرض کنیم به عددی ۱۵٪ اضافه کنیم. آیا اگر از عدد بدست آمده، ۱۵٪ کم کنیم به عدد اولیه می‌رسیم؟

مثلا عدد ۱۲۰۰ را در نظر بگیرید. با اضافه کردن ۱۵٪ آن ۱۸۰ می‌شود و عدد جدید ۱۳۸۰.

حال اگر ۱۵٪ درصد ۱۳۸۰ را حساب کنیم، داریم:

$$\frac{15}{100} \times 1380 = 207$$

.....
فرض کنیم ۱۳۸۰ را داریم همچنین ۱۵٪، تناسب برای بدست آوردن ۱۲۰۰ به صورت زیر است:

۱۳۸۰	۱۱۵
X	۱۰۰

تمرین

قیمت کالائی از ۵۵۰۰ تومان به ۶۷۰۰ افزایش یافته است. درصد افزایش چقدر بوده است؟ این درصد را به صورت نسبت بدست آورید؟

تمرین

وزن نوزادی هنگام تولد $\frac{3}{5}$ کیلوگرم بوده است، بعد از ماه وزن او به ۵ کیلو افزایش یافته است.

الف) وزن نوزاد چند درصد افزایش یافته است؟

ب) وزن نوزاد نسبت به وزن هنگام تولد چند برابر شده است؟

تمرین

فردی پول خود را در بانکی که سالیانه ۱۸٪ سود می‌دهد سپرده‌گذاری کرده است. اگر هنگام دریافت سود، بانک ۳٪ مالیات بر سود (ارزش افزوده) از آن کم کند، چنانچه او ۱۲ میلیون تومان سپرده‌گذاری کرده باشد، چند تومان سود دریافت می‌کند؟

تمرین

ابعاد زمینی مستطیل شکل ده در بیست متر است. اگر بخواهیم ۱۰٪ به ابعاد این زمین اضافه کنیم چند درصد به محیط و چند درصد به مساحت آن اضافه می‌شود؟ مساحت و محیط نسبت به مقدار اولیه چند برابر شده است؟

تمرین

قیمت بلیط موزه‌ای ابتدای سال ۲۰٪ افزایش یافته است. پس از سه ماه، مجدداً افزایشی ۱۰٪ داشته است. اگر قیمت بلیط در سال گذشته ۱۰۰۰ تومان بوده باشد؛

الف) قیمت بلیط در حال حاضر چقدر است؟

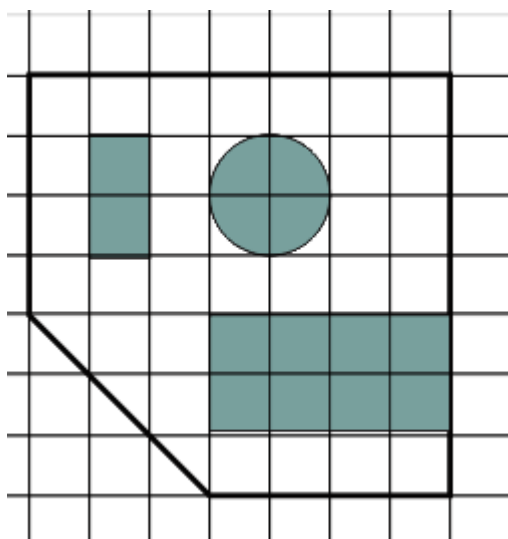
ب) درصد تغییر قیمت بلیط نسبت به سال گذشته چقدر است؟

تمرین

در جدول زیر قیمت چهار کالای الف، ب، ج، و د در سال گذشته و سال جاری آمده است. با توجه به اطلاعات داده شده جدول را کامل کنید.

نوع کالا	قیمت سال گذشته	قیمت امسال	درصدتغییر
الف	۱۰۰,۰۰۰	۱۱۵,۰۰۰	...
ب	...	۱۵۰,۰۰۰	۲۰٪
پ	۱۵۰,۰۰۰	...	۱۰٪
ت	۲۰۰,۰۰۰	...	-۱۰٪

تمرین



در شکل زیر نقشه پارک محله ما آورده شده است. سه مکان ورزشی پارک مشخص شده است؟

الف) چند درصد مساحت پارک، فضای ورزشی است؟

ب) نسبت فضای سبز به کل پارک چقدر است؟

ج) اگر مساحت کل پارک ۲۴۰۰۰ مترمربع باشد، چند مترمربع به فضای ورزشی اضافه شود تا نسبت فضای ورزشی به کل پارک $\frac{1}{5}$ برابر شود؟

تمرین

علی قصد دارد وزن خود را مطابق یک رژیم غذایی همراه با تمرینات ورزشی کاهش دهد. او می‌داند که رژیم غذایی ۸۰٪ و تمرینات ورزشی ۲۰٪ در کاهش وزن تاثیر دارد. اگر او ۹۶ کیلو وزن داشته باشد، اگر او در ماه اول ۵ کیلو کاهش وزن داشته باشد، با در نظر گرفتن اینکه یک برنامه متعادل غذایی و ورزشی داشته است،

الف) او چند درصد کاهش وزن داشته است؟

ب) چه میزان از این کاهش وزن در اثر رژیم غذایی و چه میزان در اثر ورزش بوده است؟

تمرین

حقوق کارمندان نسبت به سال گذشته ۱۵/۵ درصد افزایش یافته است. اگر حداقل حقوق سال گذشته یک میلیون و دویست هزار تومان بوده باشد، حقوق حداقل امسال چقدر خواهد بود؟

تمرین

محصول	۱۳۹۵	۱۳۹۶
شیر (یک لیتر)	۲۰۰۰	۲۴۰۰
نان (سنگک)	۸۰۰	۱۳۰۰
گوشت گوسفندی	۲۷۰۰۰	۳۵۰۰۰

سبد غذایی برای تعیین نرخ تورم نسبت به سال گذشته در نظر گرفته است.

الف) تعیین کنید نرخ متوسط تورم برای این سبد غذایی چقدر است؟

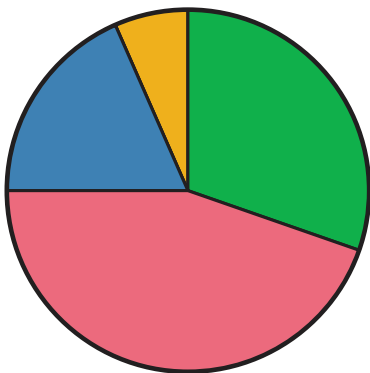
ب) بنا به اعلام بانک مرکزی نرخ تورم سال ۹۵ نسبت به سال ۹۴، نصف امسال بوده است. با این حساب قیمت شیر در سال ۹۴ چقدر بوده است؟

$$\frac{2000 - x}{x} = 0.1875 \rightarrow 2000 - x = 0.1875x \rightarrow x = 1684$$

۲۰۰۰	۱۱۸/۷۵
x	۱۰۰

ج) اگر سال بعد هم همین نرخ تورم باشد، قیمت گوشت در سال ۹۷ چقدر خواهد بود؟

تمرین



هر رنگ تقریباً چند درصد است؟